静磁場

ビオ・サバールの法則からアンペールの法則を導出します。

ここでは電流が流れる曲線のように言っていますが、電流は電場を周りに発生させないとします。状況を図で示していないので分かりづらくなっています。

1820年にエルステッド (Oersted) は、電流のそばに磁針 (方位磁石) を置くと磁針が北でない方向を向くことから、電流は磁石に影響を与える力を発生させているとしました。その力を作用させるものを磁場 (magnetic field) と呼びます。つまり、電流は磁場を発生させることで磁石に影響を与えるとされました。その後 (1820年の間に)、アンペール (Ampère) は2つの電流間にも同じ力が働くことを示し、ビオ (Biot) とサバール (Savart) は電流によって作られる磁場の法則を与えました。ちなみに、1820年ではまだ電流の測定法はなく、シュヴァイガー (Schweigger) がエルステッドの実験結果 (電流が作る磁場によって磁針が受ける力) から電流を測定できると考え、1826年にポグゲンドルフ (Poggendorff) が検流器を作りました。

エルステッドの実験結果を簡単に言えば、 z 軸方向の直線上に電流を流すと、 xy 平面上でそれを中心とする円上で反時計周りに何かが作用するというものです。その何かが磁場 B です。そして、磁場でも重ね合わせの原理が使えます。

直線の導線 (糸状の電流が流れる物体、電線) に流れる定常電流から見ていきます。定常電流しか出てこないで電流と言っていきます。2つの十分長い直線の導線を平行に置き、それぞれが中性になるように電流 I_1, I_2 が流れているとします (それぞれの導線内の電荷の和が0)。そうすると、アンペールの実験結果から

$$\mathbf{F} = -2\beta_m I_1 I_2 \frac{l}{|r|} \mathbf{e}_r \quad (\mathbf{e}_r = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}) \quad (1)$$

という力が導線間に作用します (作用、反作用の法則から I_1 から I_2 と I_2 から I_1 の力は逆向き)。 l は導線の長さ、 β_m は比例定数 (後のために $2\beta_m$ としている)、 $|r|$ は I_1 と I_2 の間の距離、 $\mathbf{r}$ は I_1 の導線から I_2 に向かう距離のベクトルです。2つの電流が平行に流れていれば引力 ($I_1 I_2 > 0$)、反対なら斥力 ($I_1 I_2 < 0$) です。この実験には導線が十分長いという制限があることに気を付けてください ((5) のように無限大の長さとして求まる)。

ちなみに、電子回路の実験で導線の周りに電場が発生しますが、そのことは関係ないので無視します (実験は1962年に Jefimenko が示している)。

ここから導線とは言わずに直線や曲線とだけ言っていきます。また、その曲線から電場は発生しないとします

クーロンの法則から電場を定義すると同じように、 I_1 から I_2 に作用する力 $\mathbf{F}$ は、 I_1 が作る磁場 B によって作用すると考えます。エルステッドの実験から、 z 軸に沿って電流を流すと、磁場は xy 平面上での角度 θ の方向を持つので、その単位ベクトルを $\mathbf{e}_\theta$ (x 軸から y 軸方向) として

$$\mathbf{B} = 2\beta_m \beta_b \frac{I_1}{|r|} \mathbf{e}_\theta = 2\beta \frac{I_1}{|r|} \mathbf{e}_\theta = \beta_b \frac{\mathbf{F}}{I_2} \quad (\beta = \beta_m \beta_b)$$

と与えます。定常電流による磁場は静磁場 (static magnetic field) と呼ばれます。ただし、日本語だと B は磁場でなく磁束密度 (magnetic flux density) と呼ぶことが多いので気を付けてください。英語でもどちらで呼ぶか統一されていないです。

$\mathbf{F}$ と $\mathbf{B}$ の比例定数を同じに取るとは決まっていないために任意性があり、それを比例定数 β_b としています ($\mathbf{F}/I$ に比例する量として $\mathbf{B}$ は定義されている。「電磁気の単位系」参照)。電場は $\mathbf{E} = \mathbf{F}_e/Q$ として定義されているので、 $\mathbf{F}_e$ の比例定数をそのまま $\mathbf{E}$ が含みます。また、磁場を $\beta_b^{-1} \mathbf{B}$ としてしまえば、 β_b は計算中は出てこなくなります。

静磁場しか出てこないのが磁場と言っていきます。 e_θ は z 軸方向の単位ベクトル e_z と xy 平面上の動径方向の単位ベクトル e_r (I_1 から I_2 に向かう単位ベクトル) に直交しているので、ベクトル積 (外積) を使えば $e_r = e_\theta \times e_z$ です。よって、電流 I_1 から I_2 に作用する力は、 I_1 が作る磁場 B を使って

$$\mathbf{F} = -2\beta_m I_1 I_2 \frac{l}{|r|} e_\theta \times e_z = -\frac{1}{\beta_b} I_2 \mathbf{B} \times l e_z = \frac{1}{\beta_b} I_2 l \times \mathbf{B} \quad (l = l e_z, \mathbf{B} = \frac{2\beta_m \beta_b I_1}{|r|} e_z \times e_r)$$

と書けます。力の方向は電流の方向と磁場の方向に直交します。

電流を中心とする半径 $r = |r|$ の円上で磁場を積分すると、 r は積分と無関係なので

$$\oint_{\text{circle}} d\mathbf{r} \cdot \mathbf{B} = \frac{2\beta I_1}{r} r \int_0^{2\pi} d\theta e_\theta \cdot e_\theta = 4\pi\beta I_1 \quad (d\mathbf{r} = r d\theta e_\theta)$$

これは、電流を囲む円上での磁場の線積分はその円で囲まれた電流に比例すると言っています。後で示しますが、これは任意の閉曲線で成立し、アンペールの法則と呼ばれます。

直線で見ましたが、任意の曲線に流れる電流での法則が実験から与えられています。定常電流 I_1, I_2 が流れている各曲線 C_1, C_2 上の微小部分を $\Delta l_1, \Delta l_2$ (方向はそれぞれの曲線の接線方向で、電流の向き)、 $\Delta l_1, \Delta l_2$ の位置ベクトルを r_1, r_2 としたとき、 $I_1 \Delta l_1$ が $I_2 \Delta l_2$ に作用する力は

$$\Delta \mathbf{F} = \beta_m \frac{I_2 \Delta l_2 \times (I_1 \Delta l_1 \times \mathbf{e}_R)}{|\mathbf{R}|^2} \quad (\mathbf{R} = r_2 - r_1, \mathbf{e}_R = \frac{\mathbf{R}}{|\mathbf{R}|})$$

となり ($\mathbf{R}$ は Δl_1 から Δl_2 へのベクトル)、このとき $I_1 \Delta l_1$ が作る磁場 ($I_1 \Delta l_1$ が位置 r_2 に作る磁場) は

$$\Delta \mathbf{B} = \beta_m \beta_b \frac{I_1 \Delta l_1 \times \mathbf{e}_R}{|\mathbf{R}|^2}$$

と与えられます。これはビオ・サバールの法則と呼ばれます。作用する力は磁場を使えば

$$\Delta \mathbf{F} = \frac{1}{\beta_b} I_2 \Delta l_2 \times \Delta \mathbf{B}$$

と書けます。それぞれの曲線 C_1, C_2 で線積分すれば

$$\mathbf{F} = \beta_m I_2 \int_{C_2} d\mathbf{l}_2 \times \int_{C_1} \frac{I_1 d\mathbf{l}_1 \times \mathbf{e}_R}{|\mathbf{R}|^2} = \frac{1}{\beta_b} I_2 \int_{C_2} d\mathbf{l}_2 \times \mathbf{B} \quad (2)$$

$$\mathbf{B} = \beta_m \beta_b \int_{C_1} \frac{I_1 d\mathbf{l}_1 \times \mathbf{e}_R}{|\mathbf{R}|^2} \quad (3)$$

と書けます。

十分長い直線として積分を計算してみます。直線 C_1 を z 軸に沿って置き、直線 C_2 を r 離れた位置に置きます。 $d\mathbf{l}_1$ は原点から $z = z e_z$ 、 $d\mathbf{l}_2$ は r' にいるとします。 $d\mathbf{l}_1$ から $d\mathbf{l}_2$ を結ぶベクトルは $\mathbf{R}$ とします。 xy 平面上で C_1 から C_2 へ向かうベクトルを $\mathbf{r} = r e_r$ として

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}' - z = r e_r + z' e_z - z e_z, \quad |\mathbf{R}|^2 = r^2 + (z' - z)^2$$

なので

$$\begin{aligned}
\Delta \mathbf{F} &= \beta_m \frac{I_2 \Delta \mathbf{l}_2 \times (I_1 \Delta \mathbf{l}_1 \times \mathbf{R})}{|\mathbf{R}|^3} = \frac{\beta_m I_1 I_2 \Delta z \Delta z'}{|\mathbf{R}|^3} \mathbf{e}_z \times (\mathbf{e}_z \times \mathbf{R}) \\
&= \frac{\beta_m I_1 I_2 \Delta z' \Delta z}{|\mathbf{R}|^3} \mathbf{e}_z \times (\mathbf{e}_z \times (r \mathbf{e}_r + z' \mathbf{e}_z - z \mathbf{e}_z)) \\
&= \frac{\beta_m I_1 I_2 \Delta z' \Delta z}{|\mathbf{R}|^3} a \mathbf{e}_z \times (\mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_r) \quad (\mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_z = 0) \\
&= \frac{\beta_m I_1 I_2 \Delta z' \Delta z}{|\mathbf{R}|^3} r \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_\theta \\
&= -\frac{\beta_m I_1 I_2 \Delta z' \Delta z}{|\mathbf{R}|^3} r \mathbf{e}_r
\end{aligned}$$

$\mathbf{e}_\theta$ は $\mathbf{e}_z$ と $\mathbf{e}_r$ に直交する単位ベクトルです ($\mathbf{e}_\theta$ は z 軸と $\mathbf{e}_r$ 方向による平面に対して奥向き)。これを積分すれば

$$\mathbf{F} = -\beta_m I_1 I_2 r \mathbf{e}_r \int_{C_1} dz \int_{C_2} dz' \frac{1}{|\mathbf{R}|^3} = -\beta_m I_1 I_2 r \mathbf{e}_r \int_{C_1} dz \int_{C_2} dz' \frac{1}{(r^2 + (z' - z)^2)^{3/2}}$$

z, z' はそれぞれの積分で無関係なので個別に行えます。

ここで、 C_1, C_2 は無限大に取れるほど長いとします。そうすると、 $\rho = z' - z$ と置き換えても積分範囲は $-\infty$ から ∞ のままになり

$$\mathbf{F} = -\beta_m I_1 I_2 r \mathbf{e}_r \int_{-\infty}^{\infty} dz \int_{-\infty}^{\infty} d\rho \frac{1}{(r^2 + \rho^2)^{3/2}} \quad (\rho = z' - z)$$

ρ 積分は

$$\begin{aligned}
\int_{-l}^l d\rho \frac{1}{(r^2 + \rho^2)^{3/2}} &= \frac{1}{r^2} \int_{\phi_-}^{\phi_+} d\phi \frac{1}{\cos^2 \phi} \frac{1}{(1 + \tan^2 \phi)^{3/2}} \quad (\rho = r \tan \phi, \quad d\rho = r \frac{d\phi}{\cos^2 \phi}) \\
&= \frac{1}{r^2} \int_{\phi_-}^{\phi_+} d\phi \frac{\cos^3 \phi}{\cos^2 \phi} \\
&= \frac{1}{r^2} \int_{\phi_-}^{\phi_+} d\phi \cos \phi \\
&= \frac{1}{r^2} (\sin \phi_+ - \sin \phi_-)
\end{aligned}$$

$\tan \phi_{\pm} = \pm \rho/r \rightarrow \pm \infty$ なので、 $\phi_1 = -\pi/2, \phi_2 = \pi/2$ から

$$\int_{-l}^l d\rho \frac{1}{(r^2 + \rho^2)^{3/2}} = \frac{1}{r^2} (\sin \phi_+ - \sin \phi_-) \Rightarrow \frac{2}{r^2} \quad (4)$$

よって、 l が十分長い場合において

$$\mathbf{F} = -\beta_m I_1 I_2 \frac{1}{r} \mathbf{e}_r \int_{-l}^l dz = -2\beta_m I_1 I_2 \frac{l}{r} \mathbf{e}_r \quad (5)$$

となり、(1)と一致します。磁場も

$$\mathbf{B} = \beta_m \beta_b \int_{C_1} \frac{I_1 d\mathbf{l}_1 \times \mathbf{e}_R}{|\mathbf{R}|^2} = \beta I_1 \int_{C_1} dz \frac{\mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_R}{|\mathbf{R}|^2} = \beta I_1 r \int_{C_1} dz \frac{\mathbf{e}_\theta}{|\mathbf{R}|^3} = \frac{2\beta I_1}{r} \mathbf{e}_\theta$$

と求められます。

ビオ・サバールの法則から点電荷に作用する力を求められます。曲線に微小な幅があるとして、3次元体積による電流密度 $\mathbf{j}$ を使うと

$$I \Delta l = \mathbf{j} \Delta s \Delta l$$

Δs は断面積、 $\Delta \tau = \Delta s \Delta l$ は微小な3次元体積です。これによって

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\beta_b} I_2 \int_{C_2} d\mathbf{l}_2 \times \mathbf{B} = \frac{1}{\beta_b} \int_{V_2} d\tau_2 \mathbf{j}_2 \times \mathbf{B}, \quad \mathbf{B} = \beta \int_{V_1} d\tau_1 \frac{\mathbf{j}_1 \times \mathbf{e}_R}{|\mathbf{R}|^2}$$

電流密度 $\mathbf{j}_2$ を、点電荷 Q が位置 $\mathbf{r}' = \mathbf{r}_0$ で速度 $\mathbf{v}$ で動いているとして

$$\mathbf{j}_2(\mathbf{r}') = Q \mathbf{v}(\mathbf{r}') \delta^3(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0)$$

これを入れると、動いている点電荷に作用する力は

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}_0) = \frac{Q}{\beta_b} \int_V d\tau' \delta^3(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0) \mathbf{v}(\mathbf{r}') \times \mathbf{B}(\mathbf{r}') = \frac{Q}{\beta_b} \mathbf{v}(\mathbf{r}_0) \times \mathbf{B}(\mathbf{r}_0)$$

と求められます。3次元積分は電流の流れる領域に対してなので、 $\mathbf{r}' = \mathbf{r}_0$ を含んでいます。これを磁場のローレンツ力 (Lorentz force) と呼びます。大抵は、電場による力 QE を加えた $Q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$ をローレンツ力と呼びます。ただし、磁場の項には比例定数による任意性があることに注意してください(「電磁気の単位系」参照)。

また、磁場のローレンツ力と点電荷が速度 $\mathbf{v}$ が微小時間 Δt で動く経路 $\mathbf{v}\Delta t$ との内積を取ると

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \Delta t = \frac{Q}{\beta_b} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v} = 0$$

ベクトル積 $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ は $\mathbf{v}$ に垂直な方向なので、内積は0です。

ちなみに、ここでは電流が作る磁場の実験から始めましたが、動いている電荷に作用する力の実験結果としてローレンツ力を与えることから磁場を導入できます。

アンペールの法則を求めます。まずは、磁場の発散と回転を計算します。任意の曲線を通る電流密度 $\mathbf{j}(\mathbf{r}_1)$ によって $\mathbf{r}_2$ に作られる磁場は、ビオ・サバールの法則から

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}_2) = \beta \int_V d\tau_1 \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}_1) \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3} \quad (I_1 d\mathbf{l}_1 = \mathbf{j}_1 d\tau_1)$$

これに (∇_1 は $\mathbf{r}_1$ 、 ∇_2 は $\mathbf{r}_2$ の微分)

$$\nabla_2 \frac{1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} = -\nabla_1 \frac{1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} = \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3}$$

を使うと、 ∇_2 は τ_1 積分に作用しないので

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}_2) = \beta \int_{\mathcal{V}} d\tau_1 \mathbf{j}(\mathbf{r}_1) \times \nabla_2 \frac{1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3} = \beta \nabla_2 \times \int_{\mathcal{V}} d\tau_1 \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|}$$

$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{X}) = 0$ なので、磁場の発散は

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0$$

となるのが分かります。また、電束と同じように、面 S の面積分

$$\Phi = \int_S d\mathbf{s} \cdot \mathbf{B}$$

として、磁束 (magnetic flux) Φ が定義されています。 B を磁束密度と呼ぶのは、これに対応しています。磁束は、3次元領域 $\mathcal{V}$ とその閉曲面 S として、ガウスの発散定理から

$$\Phi = \oint_S d\mathbf{s} \cdot \mathbf{B} = \int_{\mathcal{V}} d\tau \nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0$$

となっています。

$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{X}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{X}) - \nabla^2 \mathbf{X}$ を使うと

$$\nabla_2 \times \mathbf{B}(\mathbf{r}_2) = \beta \nabla_2 \times (\nabla_2 \times \int_{\mathcal{V}} d\tau_1 \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|}) = \beta \nabla_2 (\nabla_2 \cdot \int_{\mathcal{V}} d\tau_1 \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|}) - \beta \nabla_2^2 \int_{\mathcal{V}} d\tau_1 \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} \quad (6)$$

第一項は

$$\begin{aligned} \nabla_2 (\nabla_2 \cdot \int_{\mathcal{V}} d\tau_1 \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|}) &= \nabla_2 \int_{\mathcal{V}} d\tau_1 \mathbf{j}(\mathbf{r}_1) \cdot \nabla_2 \frac{1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} \\ &= -\nabla_2 \int_{\mathcal{V}} d\tau_1 \mathbf{j}(\mathbf{r}_1) \cdot \nabla_1 \frac{1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} \\ &= -\nabla_2 \int_{\mathcal{V}} d\tau_1 (\nabla_1 \cdot (\mathbf{j}(\mathbf{r}_1) \frac{1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|}) - \frac{1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} \nabla_1 \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}_1)) \\ &= -\nabla_2 \oint_S d\mathbf{s}_1 \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} + \nabla_2 \int_{\mathcal{V}} d\tau_1 \frac{1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} \nabla_1 \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}_1) \end{aligned}$$

S は $\mathcal{V}$ を囲む閉曲面、 $\mathbf{n}$ はその単位法線ベクトルです。 S は電流が流れている領域を囲む面上の積分なので、その領域内に閉じ込められている $\mathbf{j}$ の積分は 0 です。第二項は $\nabla \cdot \mathbf{j} = 0$ から 0 です。

(6) の第二項は、「静電場」で求めたように

$$\nabla_2^2 \frac{1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} = -4\pi\delta^3(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$$

なので、磁場の回転は

$$\nabla_2 \times \mathbf{B}(\mathbf{r}_2) = 4\pi\beta \int_V d\tau_1 \mathbf{j}(\mathbf{r}_1)\delta^3(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = 4\pi\beta\mathbf{j}(\mathbf{r}_2) \quad (7)$$

となります。

次に、任意の閉曲線を C とし (C に電流は流れていない)、それは電流密度 $\mathbf{j}$ が分布している領域にあるとします。そうすると、 B の回転を閉曲線 C 上で線積分すると、ストークスの定理から

$$\oint_C d\mathbf{a} \cdot \mathbf{B} = \int_{S_c} ds_c \mathbf{n}_c \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = 4\pi\beta \int_{S_c} ds_c \mathbf{n}_c \cdot \mathbf{j}$$

$\mathbf{n}_c$ は閉曲線 C を縁とする面 S_c の単位法線ベクトルです。 $\mathbf{n}_c \cdot \mathbf{j}$ は面 S_c を通る電流密度なので、その面積分は面を通過する電流 I_{enc} です。よって、任意の閉曲線に対して

$$\oint_C d\mathbf{a} \cdot \mathbf{B} = 4\pi\beta I_{\text{enc}}$$

これがアンペールの法則で、任意の閉曲面上の磁場の線積分は、その閉曲線で囲まれた電流に比例します。電場と同じように、ビオ・サバルの法則でなくアンペールの法則を使った方が楽に求められる場合もあります。また、(7) はアンペールの法則の微分形です。

電場ではクーロンの法則からガウスの法則、磁場ではビオ・サバルの法則からアンペールの法則となり、それぞれの発散と回転は

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\alpha\rho, \quad \nabla \times \mathbf{E} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{B} = 4\pi\beta\mathbf{j}$$

となっています。これらが、時間依存しない電場と磁場の法則です (微分形)。 $\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\alpha\rho$ は時間依存しても成立するのと同じように、 $\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0$ も成立します。しかし、アンペールの法則は時間依存がある場合では不十分で、修正されます。

$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{X}) = 0$ なので $\nabla \cdot \mathbf{B} = \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$ として、ベクトル $\mathbf{A}$ を導入できます。 $\mathbf{A}$ をベクトルポテンシャルと呼びます。 $\mathbf{A}$ を使うとアンペールの法則は

$$\nabla \times \mathbf{B} = \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} = 4\pi\beta\mathbf{j}$$

そして、ベクトルポテンシャルは $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ になっているとして (「マクスウェル方程式」参照)

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -4\pi\beta\mathbf{j}$$

これはポアソン方程式です（3個のベクトル成分がそれぞれポアソン方程式になっている）。なので、電場での電位ポテンシャルの形がそのまま流用できて（電荷密度を電流密度におきかえる）

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \beta \int d\tau' \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

となります。

磁場の導入として、電荷に対応する磁荷 (magnetic charge) を使う場合もあります。この場合も同じ結果になります。しかし、電流なら新しい量を加えなくても磁場が扱えることと、磁荷は発見されていないことから、最初は電流による磁場から見ていく方が面倒がないと思います（状況の把握が分かりづらいと言えば分かりづらいですが）。また、電流か磁荷かは、*E.B* 対応、*E.H* 対応という電磁気の形式に対する解釈と関わっています。ここでは *E.B* 対応の立場です。